

Le proporzioni nascoste nel *trait* della *trompe* di Anet

Camillo Trevisan

Istituto Universitario di Architettura di Venezia
Dipartimento di Progettazione Architettonica
trevisan@iuav.unive.it

Philippe de La Hire fornisce la più semplice spiegazione del significato del termine *trait*: “Gli operai chiamano la scienza del *trait*, nel taglio della pietra, quella che insegna a tagliare e costruire separatamente più conci di pietra, in modo tale che, quando sono opportunamente composti assieme, questi costituiscono un manufatto che può considerarsi come un tutt’uno.”¹

Il *trait* è dunque un grafico, di norma tracciato in scala, che permette di risolvere problemi costruttivi reali, legati alla conformazione e al taglio di conci di pietra.²

In questo campo uno dei primi trattatisti è stato Philibert Delorme³, il quale illustra, tra l’altro, le modalità di definizione dei *trait*⁴ relativi alla *trompe*⁵ di Anet (figure 1-5).

Questo piccolo *cabinet* - costruito attorno alla metà del Cinquecento nel castello di Diane de Poitiers e ormai distrutto - sarà ripreso da molti trattatisti successivi come paradigma e modello di costruzione complessa e ardita.

Il metodo geometrico del *trait* ideato da Delorme, apparentemente farraginoso e oscuro, è in realtà di assai semplice applicazione (figura 6). Per mezzo di rotazioni e ribaltamenti, a partire da una pianta e da una sezione verticale, consente di definire - nelle due dimensioni del grafico - l’altezza di ciascun punto del manufatto e, pertanto, la curva di intersezione tra due superfici. Inoltre, sempre attraverso le stesse operazioni, permette di costruire i *cartoni* di sviluppo (*panneaux*) della superficie inferiore e superiore della volta e del suo fronte. In tal modo, non solo si potranno facilmente costruire modelli in cartone o gesso, ma si potrà anche procedere operativamente al taglio dei conci di pietra.

Per il taglio, infatti, si possono adottare due procedimenti principali: *par équarrissement* e *par panneaux*.

Nel primo caso, d’origine assai lontana nel tempo, si utilizzano le proiezioni ortogonali del conco, di norma di forma assai semplice.

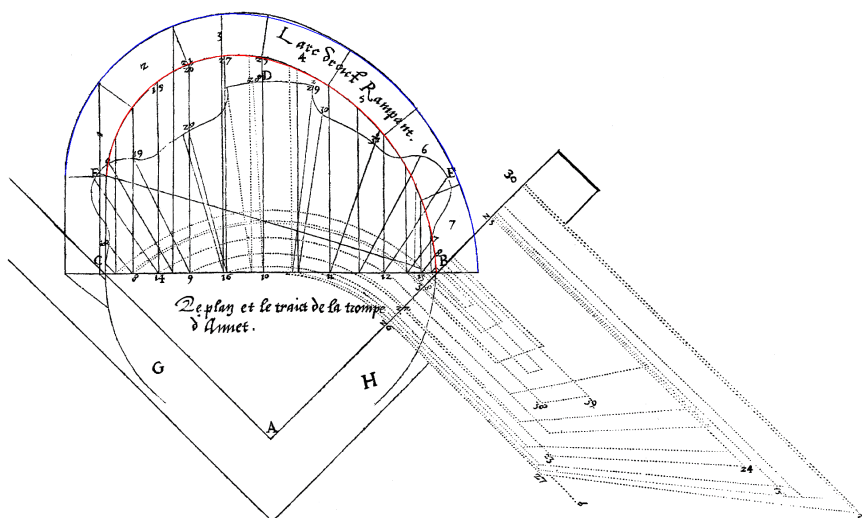
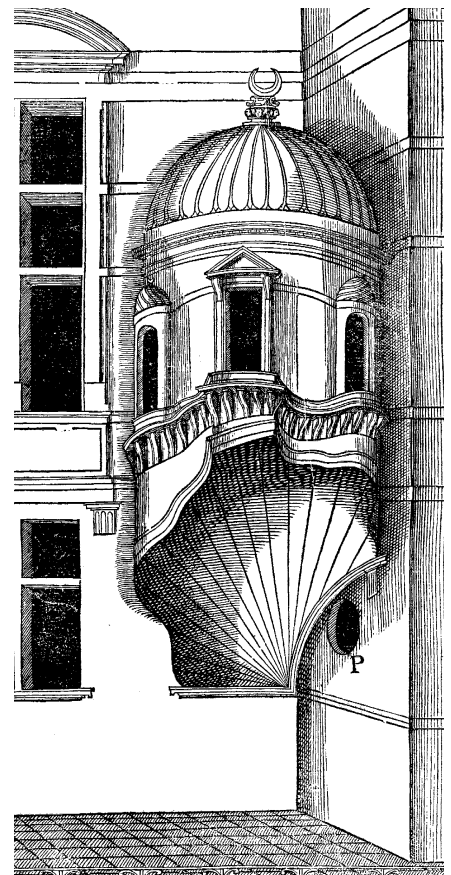


Figura 1 (a destra). Delorme, cit., f. 89r. (particolare). Veduta pseudo prospettica della trompe di Anet. La rappresentazione è caratterizzata dalla presenza di più di un punto di concorso per le ortogonali al quadro. Da notare, sul muro di destra, la sezione rampante curva, assai poco coerente con le successive indicazioni di progetto e di costruzione dell’intradosso della trompe. Nella descrizione della tavola Delorme, tra l’altro, dice: “[...] on voit comme la moitié de la voûte est rampante, afin de gagner une veue en forme ovale, pour donner clarité à une vis qui est de l’autre coste, au lieu marqué P, qui rend la trompe beaucoup plus difficile”. Delorme, cit., f. 88v.

Figura 2 (a sinistra). Delorme, cit., f. 92v-93r. Trait usato per la costruzione dei cartoni della trompe di Anet. In colore, per confronto, sono evidenziati gli ovali ottenuti mediante la costruzione presentata nell’articolo.



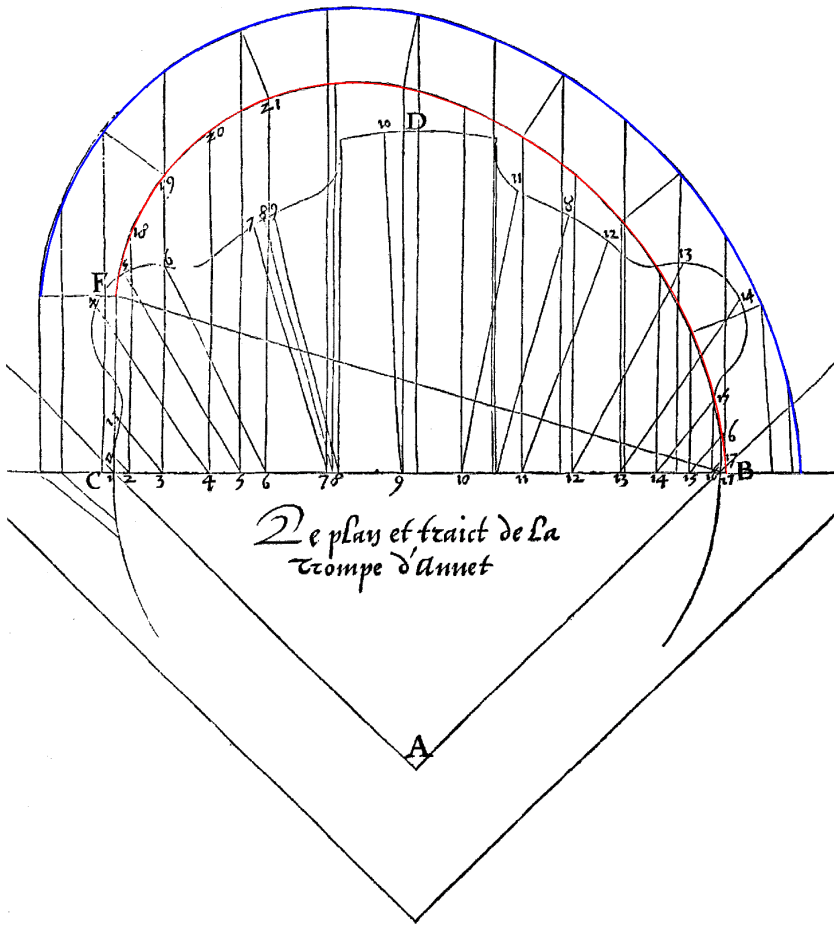


Figura 3 (in alto a sinistra). Delorme, cit., f. 96v. Trait usato per la costruzione dei cartoni della trompe di Anet.

In colore, per confronto, sono evidenziati gli ovali ottenuti mediante la costruzione presentata nell'articolo.

Nel trattato i grafici sono tutti alla stessa scala.

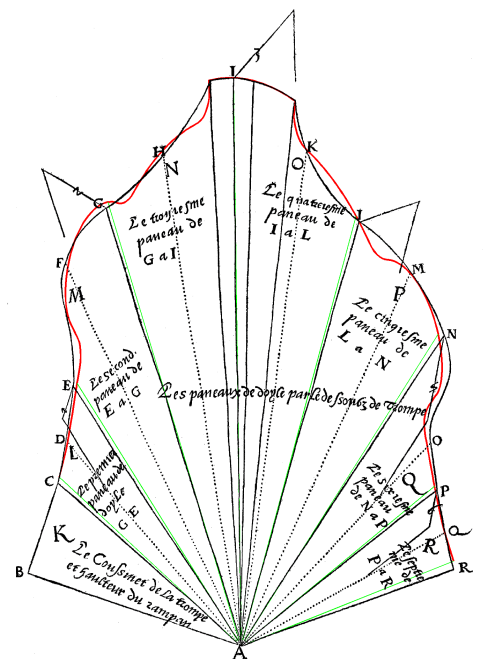
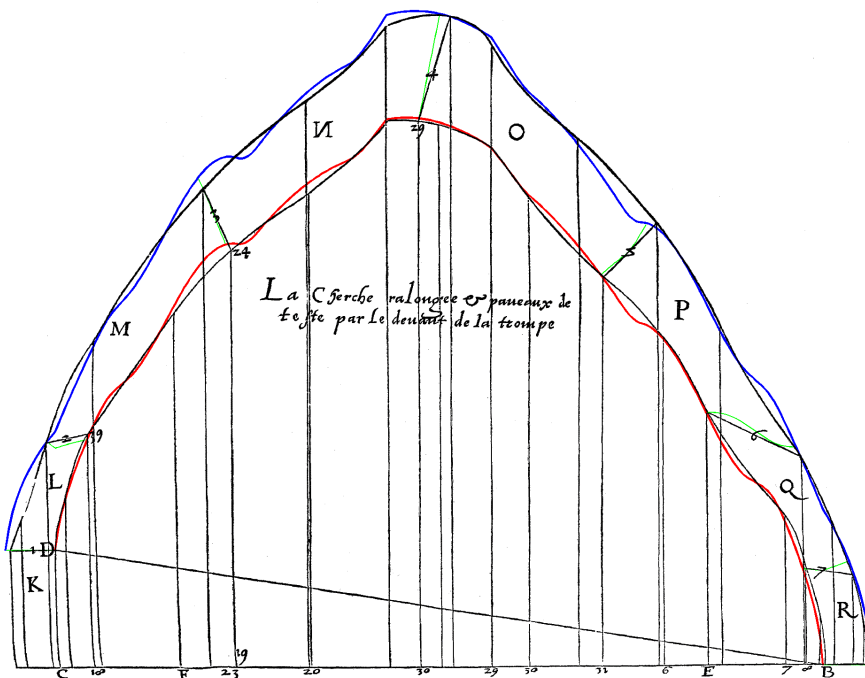
Figura 4 (in basso a destra). Delorme, cit., f. 95v. Cartone dello sviluppo della volta inferiore della trompe di Anet.

In colore, per confronto, sono evidenziate le costruzioni ottenute mediante l'uso del programma TROMPE (il programma, di uso gratuito e reperibile nella pagina <http://www.inuav.unive.it/dpa/ricerche/trevisan/trompe.htm>, consente di produrre il modello tridimensionale a facce e i cartoni di sviluppo di una generica trompe conica, a partire dal trait).

Figura 5 (in basso a sinistra). Delorme, cit., f. 94v. Cartone dello sviluppo frontale della trompe di Anet.

In colore, per confronto, sono evidenziate le costruzioni ottenute mediante l'uso del programma TROMPE.

Da notare, come anche nell'immagine precedente, le sovrapposizioni nei punti certamente calcolati da Delorme.



Squadrato un parallelepipedo di pietra che contenga completamente il concio, si procede scavando lungo direttrici perpendicolari alle facce del blocco, seguendo le proiezioni riportate sulle facce stesse.

Il metodo *par panneaux* prevede invece di ricavare ciascuna faccia del concio a partire da un'altra, ad essa adiacente, conoscendo l'angolo tra le due facce e, nel caso di superfici curve, il modano che definisce la curvatura.⁶

triangoli congruenti A-9-9' A-22-23
 triangoli congruenti A-19-19' A-25-24 A-25-25'
 $22-23 = 9-21 = 9-9'$
 $22-25 = 9-19$
 $25-24 = 19-19'$
 $A-24 = A-19'$
 $A-23 = A-9'$

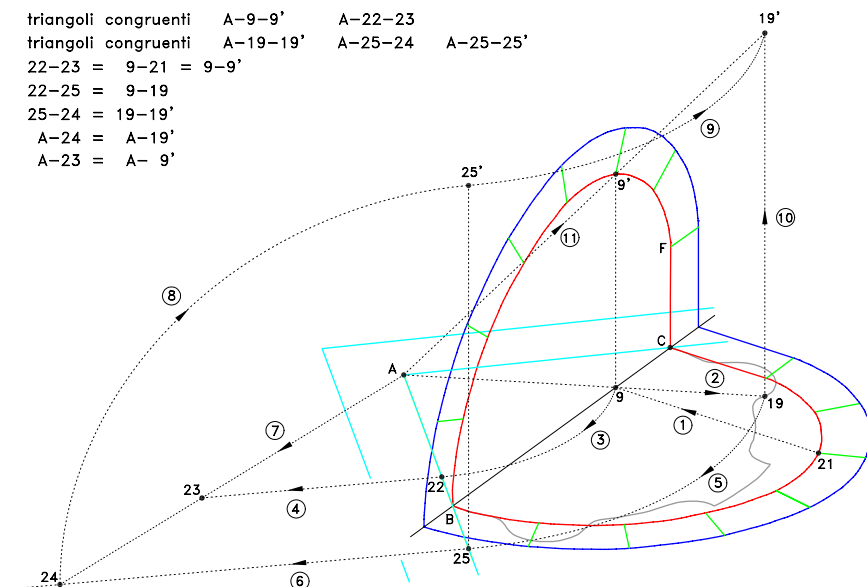


Figura 6 (a sinistra). Assonometria che illustra il metodo usato da Delorme per il reperimento delle altezze della volta, a partire dalla pianta (in colore grigio) e da una sezione verticale della volta stessa ribaltata sul piano orizzontale.

Lo schema qui riportato riproduce, nelle tre dimensioni, le operazioni geometriche bidimensionali adoperate dallo stesso Delorme nel suo trattato (vedi figura 2).

In rosso è indicata la sezione dell'intradosso; in blu quella dell'estradosso; in verde sono indicati i giunti tra i conci.

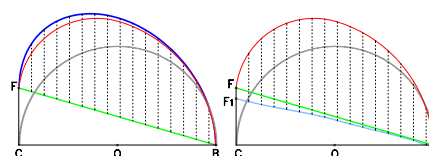


Figura 7. Analisi dell'ipotesi di costruzione di una curva ottenuta seguendo il metodo proposto da Robin Evans. Fissato il segmento di base BC e l'altezza CF (immagine a sinistra), si alzano, a partire da BF, dei segmenti perpendicolari a CB, di lunghezza pari alla loro distanza verticale da BF. Con questa costruzione si ottiene però una curva (quella superiore) che non coincide affatto con quella usata da Delorme come profilo di sezione. La curva realmente usata (grafico a destra), seguendo lo stesso procedimento al contrario, conduce però alla retta BF₁ (in realtà una spezzata molto vicina ad una retta). Come si può notare, la differenza è di non lieve entità e certamente superiore all'errore dell'incisore.

Il sistema si applica generalmente ai conci di morfologia più complessa - come nel caso della *trompe* di Anet -, ma richiede un accurato calcolo degli angoli e della forma dei pannelli, poiché gli eventuali errori si sommano con il procedere delle fasi di taglio.

I metodi della stereotomia - così come, ad esempio, quelli della statica grafica - richiedono dunque una fortissima sintonia tra fase progettuale ed esecutiva.

Il *trait* non può in alcun modo costituire una *semplice* dichiarazione d'intenti; di essenza prettamente ideologica e con la possibilità di ampie correzioni in corso d'opera. Al contrario, ogni minimo spostamento del più piccolo segmento si riverbererà sull'edificio amplificato più volte e con ripercussioni, in alcuni casi critiche, sulla sua stessa stabilità.

In questa sede l'attenzione è focalizzata sulla ricerca delle proporzioni tra gli elementi grafici del *trait* principale. Quest'ultimo, infatti, rappresenta una sezione verticale del manufatto e pertanto ne definisce completamente i rapporti tra le parti.

Cercare le proporzioni nel grafico, equivale dunque allo studio proporzionale compiuto sull'edificio stesso: analisi, in questo caso, ormai impossibile; ma ricerca non impertinente, tuttavia, visto il proposito dello stesso Delorme di scrivere un *Second Tome de l'Architecture*, tutto dedicato allo studio delle proporzioni.⁷

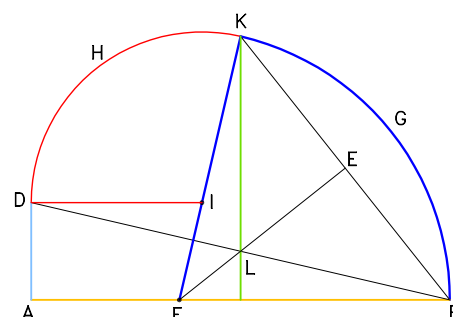
Il *trait* della *trompe* di Anet

La ricerca intrapresa può essere suddivisa in alcuni passaggi essenziali:

- identificazione della forma geometrica della sezione verticale ribaltata, per definire se questa è ovale o ellittica;
- indagine sulle proporzioni geometriche riferite al *trait*;
- verifica della reciproca coerenza dei grafici presentati nel trattato di Delorme;
- definizione della grandezza del manufatto e del rapporto di riduzione dei grafici, sulla scorta dei documenti disponibili.

Robin Evans propone che la curva principale del *trait* sia una semiellisse asimmetrica, generata facendo slittare le corde verticali di un semicerchio, costruito sulla base, fino al loro punto di intersezione con la retta inclinata: la rampa della *trompe* (figura 7).⁸ Il procedimento, tuttavia, pur se ingegnoso ed elegante (del resto illustrato anche da De La Ruë⁹), non produce però la curva disegnata nel *trait* della *trompe* di Anet, né una vera ellisse.

Figura 8 (in basso). Costruzione dell'arco rampante proposta da De La Ruë. Definita la base AB, la rampa AD ed un segmento verticale dal punto medio di AB, si pone LK uguale ad LB. Trovato il punto di mezzo E di BK, si reperisce il punto F, centro dell'arco G da B a K, e successivamente il punto I, centro dell'arco H da D a K. In tal modo i due centri sono allineati con il punto di giunzione K. In figura sono state usate le stesse lettere indicate dall'autore.



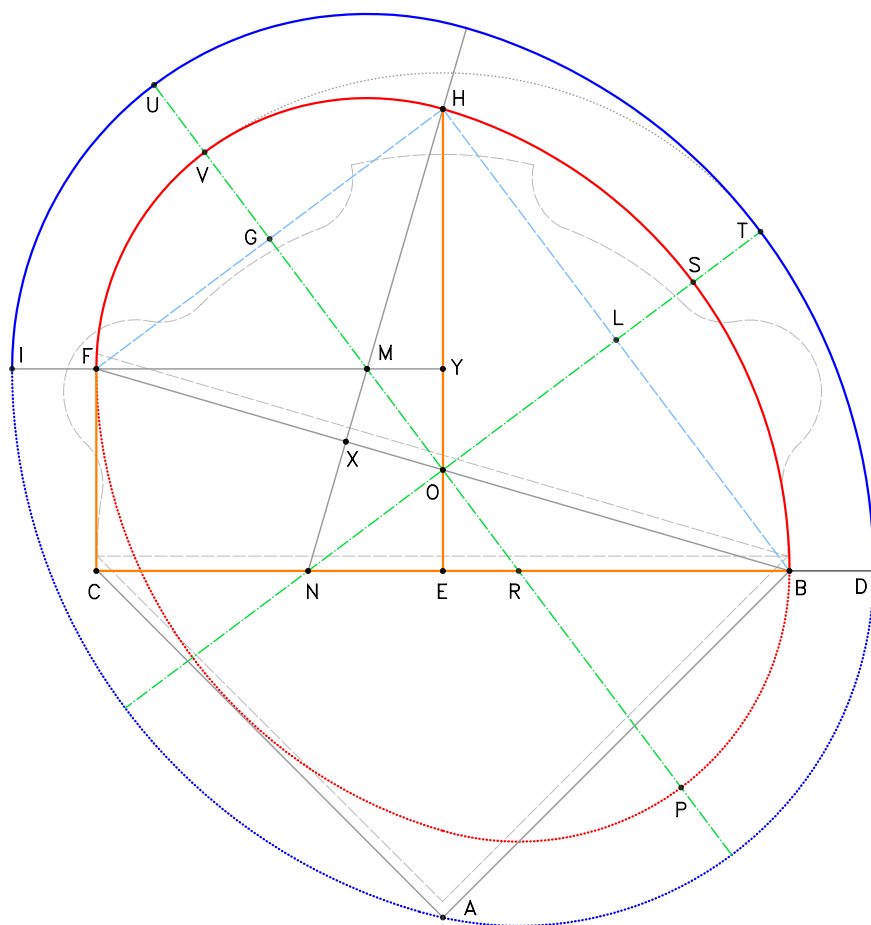
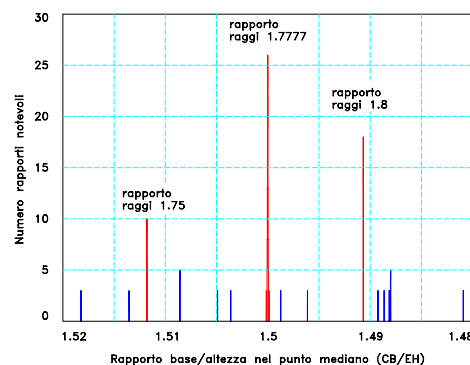


Figura 9. Costruzione degli ovali interno ed esterno. I due segmenti di partenza sono CB, pari a 7.2 piedi, ed EH pari a $2/3$ di CB, 4.8 piedi. I triangoli EHB e FYH sono triangoli rettangoli perfetti 3-4-5. Il semiasse minore dell'ovale esterno è congruente al semiasse maggiore dell'ovale interno. In linea tratteggiata di colore grigio è indicata la pianta della trompe, traslata di $1/6$ di piede rispetto alla base originale CB.

Figura 10. Grafico che mostra il numero di rapporti notevoli instaurati tra i segmenti principali del trait, al variare del rapporto tra base e altezza dell'ovale interno. L'ovale preso in esame nell'articolo si riferisce ad un rapporto tra base e altezza pari a 1.5 ($EH = 2/3$ CB).



Lo stesso De La Ruë¹⁰ indica però un altro metodo per la costruzione di un arco rampante, in questo caso un ovale (figura 8). Tale procedura, oltremodo semplice, prevede anche l'allineamento con i centri del punto di giunzione tra i due archi di cerchio, garantendo così la statica della costruzione.

Supporre che la curva generatrice sia un ovale piuttosto che un'ellisse, tiene dunque conto della facilità di costruzione dell'ovale e, soprattutto, di concii con superfici a sezione circolare anziché ellittica; ed infine, di analoghi esempi riferiti all'arco rampante.

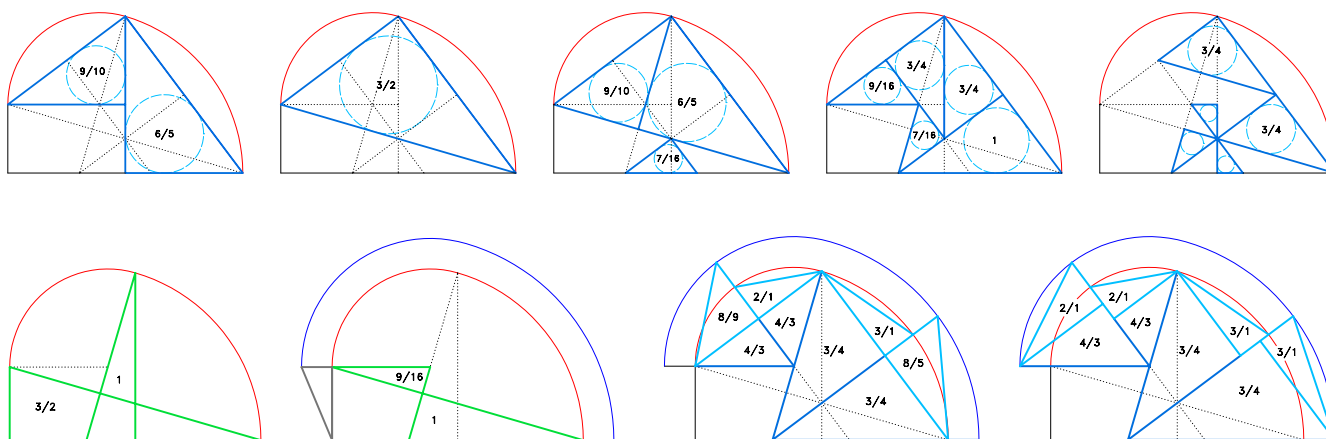
Tuttavia, data la piccola differenza esistente tra un'ellisse ed un ovale (la distanza massima tra le due curve è, in questo caso, inferiore allo 0.4% dell'asse maggiore), questi argomenti, pur solidi, non sono sufficienti per stabilire inequivocabilmente la forma della curva. È necessaria una riprova decisiva, basata non solo sul confronto diretto - non conclusivo né univoco - ma anche su riscontri teorici, geometrici e matematici: in breve, sulla proporzione.

La forma geometrica della sezione verticale

I segmenti sui quali si fonda tutta la costruzione della *trompe* sono evidentemente la base, l'altezza della volta nel punto mediano e l'altezza della rampa (segmenti BC, EH e CF della figura 9). La base stabilisce l'ampiezza della pianta ed anche le lunghezze dei lati di sostegno che confluiscono nel vertice A; il secondo segmento definisce l'altezza della volta; il terzo, legato ai primi due, indica di quanto la volta sarà rampante.¹¹

Essi definiscono pertanto i limiti della figura di costruzione e dunque la forma della superficie inferiore, l'intradosso della volta rampante.¹²

Il metodo illustrato da De La Ruë (figura 8), produce infiniti ovali diversi tra loro, tutti caratterizzati - qualunque sia il rapporto tra base e altezza -



da numerose proporzioni geometriche, aritmetiche e armoniche ricorrenti tra i segmenti costruttivi; tutte *esatte*, vale a dire con scarto tra i rapporti o le differenze pari a zero (cfr. tabelle 2, 3, 4).

Tra gli infiniti ovali con geometria simile e vicina a quella descritta da Delorme, uno solamente, però, spicca per le sue caratteristiche peculiari (figure 9 e 10).¹³ È l'ovale basato sui triangoli rettangoli *perfetti*¹⁴, principalmente sul triangolo con proporzioni tra i lati di 3-4-5.¹⁵

Definita una base BC (figura 9) e trovato il suo punto di mezzo E, s'impone un primo triangolo 3-4-5 con il suo cateto minore pari a EB, metà della base. Il cateto maggiore EH è dunque pari a $4/3$ di EB o anche $2/3$ di BC. Un secondo triangolo 3-4-5 avrà invece il cateto maggiore della stessa lunghezza EB ed un vertice in H (figura 11.1).

Questa semplice operazione definisce completamente l'ovale interno, trovando la rampa CF per differenza; costruendo allo stesso tempo una ricca serie di altri triangoli simili (figura 11).

L'ovale esterno (l'estradosso della volta) si troverà facilmente ponendo la lunghezza del suo semiasse minore pari a quella del semiasse maggiore dell'ovale interno.¹⁶

Anche altri triangoli rettangoli definiti nel *trait* sono assai singolari (BCF, NEH, NXB e MXF, nella figura 9). Le lunghezze dei lati di questi triangoli, infatti, formano anch'esse una *tripletta pitagorica* con sequenza proporzionale a 7-24-25. I quattro triangoli definiscono, circolarmente, i legami fondamentali esistenti tra base e rampa; tra raggio maggiore e altezza e tra i due raggi dell'ovale e la base stessa (figura 12).

Infine, il triangolo CFI - a sua volta derivato dalla rampa e dalla differenza tra i semiasse dell'ovale - è ancora un triangolo rettangolo perfetto, con sequenza proporzionale a 5-12-13 (figura 12.2).

In questo grafico costruttivo, pertanto, i primi tre triangoli rettangoli perfetti sono tutti presenti e legati strettamente tra loro in un fittissimo intreccio di relazioni e di proporzioni.

Tessitura che è impossibile definire casuale, soprattutto se si tiene conto della piena sovrapposizione dei due ovali con entrambi gli esempi tracciati sul trattato¹⁷, sia pur con le leggere imperfezioni di una xilografia (figure 2 e 3).

Come ulteriore conferma, i triangoli 3-4-5 - impostati con le loro ipotenuse sui raggi degli ovali interno ed esterno - sono in stretta relazione con altrettanti triangoli rettangoli, aventi un cateto in comune e l'altro cateto che completa le lunghezze dei semiasse (figura 13).

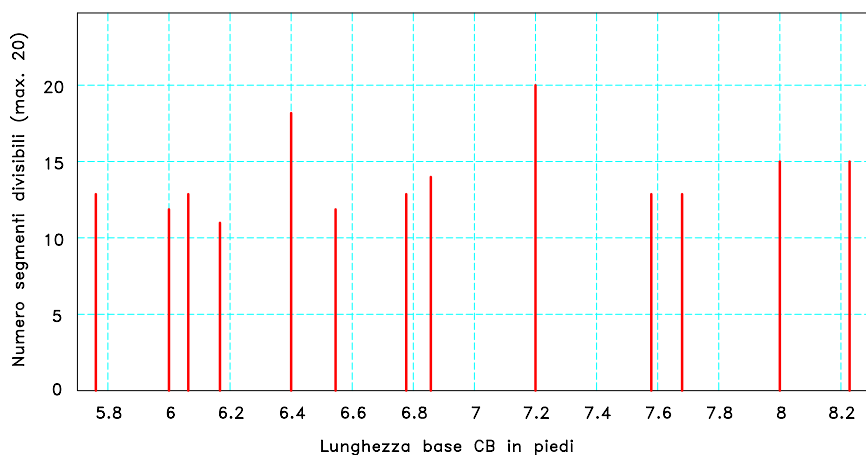
Questi ultimi triangoli hanno i loro cateti nel rapporto di $2/1$, per il semiasse maggiore, e di $3/1$, per il semiasse minore.

Quella figura geometrica non è dunque un'ellisse, poiché l'ovale considerato è

Figura 11 (in alto). Identificazione, in colore azzurro, di alcuni triangoli rettangoli perfetti, caratterizzati da rapporti tra i lati di 3-4-5. Il raggio del cerchio inscritto, indicato per i triangoli più grandi, è pari a un terzo del lato minore del triangolo. Da notare le sequenze di rapporti che legano i lati dei vari triangoli e questi ultimi ai segmenti fondamentali del *trait* e agli altri triangoli perfetti, con rapporti 7-24-25 e 5-12-13.

Figura 12 (in basso, a sinistra). Identificazione di alcuni triangoli rettangoli perfetti, con rapporti tra i lati di 7-24-25 (in colore verde) e 5-12-13 (grigio). Da notare, come anche nel caso dei triangoli 3-4-5, le sequenze di rapporti che legano i lati dei vari triangoli e questi ultimi ai segmenti fondamentali del *trait*.

Figura 13 (in basso, a destra). Relazioni esistenti tra i triangoli 3-4-5, impostati con la loro ipotenusa sui raggi degli ovali interno ed esterno, ed i segmenti che completano i semiasse degli ovali interno ed esterno.



evidentemente troppo denso di rapporti e proporzioni per poterlo ignorare; anche se una ellisse - priva, però, di una così forte peculiarità - lo interpolerebbe con scarto minimo.

In particolare, oltre a tutte le relazioni date direttamente dai triangoli rettangoli perfetti, sono significative anche le numerose proporzioni aritmetiche e armoniche caratteristiche solo di quella coppia di ovali (cfr. tabelle 3 e 4).

Definizione delle dimensioni della *trompe* e del rapporto di scala nelle rappresentazioni

Dopo aver classificato come ovale la forma geometrica della figura; avendo identificato il metodo di costruzione grafica; definiti i centri e i raggi di costruzione e verificata la sovrapposizione degli ovali con i grafici originali, è ora interessante stabilire la dimensione della costruzione e la scala di rappresentazione.

Un disegno, identificato da Anthony Blunt¹⁸, mostra la facciata occidentale dell'ala Est del castello di Anet con una vista in proiezione ortogonale della *trompe* dal lato non rampante. Da quel disegno si può ricavare la misura del lato, pari a circa 5.2 piedi, mentre l'altezza della volta rampante è di circa 10 piedi.¹⁹

Un altro indizio proviene dallo stesso Delorme: in un passo del suo trattato egli afferma che la lunghezza del concio massimo è di 10/12 piedi.²⁰

Questi due dati costituiscono dunque l'insieme, in verità assai ridotto, delle indicazioni in nostro possesso per stabilire le dimensioni della *trompe*.

Dimensioni che, prendendo come riferimento la base BC, possono pertanto variare tra 5.8 piedi (per una lunghezza del concio massimo di 10 piedi) e 7.4 piedi (per un lato di circa 5.2 piedi).²¹

Tuttavia, mantenendo fisse le proporzioni degli ovali (ormai definitivamente identificate), ma variando la scala, si generano lunghezze via via diverse per i segmenti fondamentali del *trait* e valori diversi per le proporzioni aritmetiche e armoniche. Anche in questo caso, scandagliando un gran numero di possibili dimensioni della *trompe*, si perviene all'identificazione di un preciso valore, candidato ad essere scelto come quello realmente usato per la costruzione (figura 14 e tabella 1).²²

Fissando la grandezza della base CB a 7 piedi e 1/5, l'altezza della volta risulta essere di 10 piedi esatti e il lato di circa 5.1 piedi, valori assolutamente concordanti con i dati in nostro possesso.²³

Resta ora un ultimo punto da indagare: se Delorme abbia tracciato o no i suoi grafici in scala rispetto alla costruzione.

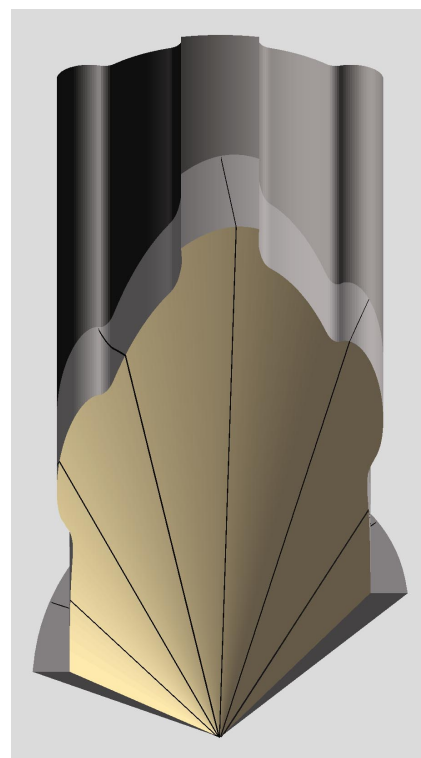


Figura 14 (a sinistra). Grafico che mostra il numero di segmenti divisibili in frazioni (calcolate tra i primi 20 numeri naturali), al variare del fattore di scala dell'ovale.

Per riferimento, in ascissa è indicata la lunghezza della base CB. In un largo intorno, solo una base pari a 7.2 piedi fa sì che siano divisibili in frazioni tutti i segmenti fondamentali della coppia di ovali presi in esame.

Nel grafico sono mostrati solo i valori delle basi che producono più di 10 segmenti divisibili in frazioni.

Figura 15 (a destra). Assonometria ortogonale dimetrica della *trompe* di Anet.

Rendering eseguito sul modello tridimensionale a facce prodotto dal programma TROMPE.

A tale riguardo è da notare che, nel suo trattato, Delorme riporta in scala naturale le grandezze del piede e del palmo romano e del piede francese.²⁴ Inoltre, a meno di piccole variazioni dovute al metodo xilografico di stampa²⁵, i grafici - le due piante, lo sviluppo frontale e quello dell'intradosso - sono tutti alla stessa scala: ad un piede nella realtà corrispondono 2/3 di pollice sul disegno (rapporto di riduzione 1:18).

Questo dato, pertanto, conferma ulteriormente e rafforza la tesi che indica in 7.2 piedi (una tesa e 1/5) la grandezza della base costruttiva dell'intero *trait*.

Conclusioni

L'uso del *trait géométrique* agisce sull'edificio come una *leva progettuale*, moltiplicando le azioni in una reazione a catena che ci lascia stupefatti.

Pochi tratti, in questo caso due semplici archi di cerchio, regolano e definiscono l'intera architettura, trasmettendole per partenogenesi tutti i caratteri, le proporzioni, le volumetrie potenziali.

L'atto creativo progettuale, infatti, risiede completamente nella costruzione del *trait*: è un'azione indiretta, dunque, e non riguarda l'oggetto in sé ma le sue sezioni costruttive.

In tal senso, non ci sorprende lo stupore e l'entusiasmo dello stesso Delorme quando ne descrive le caratteristiche e gli effetti meravigliosi.

Se a tutto questo aggiungiamo la possibilità immediata di generare modelli tridimensionali e di controllare, passo dopo passo, la costruzione reale, il metodo del *trait* doveva certamente apparire come una novità rivoluzionaria. L'aspetto forse più interessante, nello studio delle proporzioni di questi grafici, sembra dunque essere proprio il tentativo di giungere a scandagliare lo stadio primitivo del concepimento dell'architettura.

Tabella 1. Lunghezze dei segmenti principali del *trait* (cfr. fig. 9).

	piedi	frazioni
IF		7/8
OM	1	5/16
NE	1	2/5
NO	1	3/4
CF	2	1/10
NM	2	3/16
CN	2	1/5
YH	2	7/10
MH	2	13/16
OS	3	1/4
CE	3	3/5
MU	3	11/16
OV	4	1/8
FH	4	1/2
EH	4	4/5
NH	5	
OU	5	
NT	5	7/8
HB	6	
CB	7	1/5
FB	7	1/2

Numeratori:

1, 2, 3, 4, 5, 7, 11, 13

Denominatori:

2, 4, 5, 8, 10, 16

Tabella 2. Proporzioni geometriche (cfr. fig. 9).

NO/NH = CF/HB = NO/OU	7/20	0.35	
MY/NM = YH/FB	9/25	0.36	(1/2.77777)
MY/CF = YH/CB = MH/FB	3/8	0.375	(1/2.66666)
NE/CE = NO/FH	7/18	0.388888	
NM/NH = CF/EH = NM/OU	7/16	0.4375	
MY/NO = YH/HB	9/20	0.45	(1/2.22222)
OM/MH = CF/FH	7/15	0.466666	
IF/NO = CE/CB	1/2	0.5 ⁽¹⁾	
YH/EH = MH/NH = MY/NE = MH/OU	9/16	0.5625	(1/1.77777)
MY/OM = OM/NM = YH/FH = FH/FB = CE/HB	3/5	0.6 ⁽²⁾	(1/1.66666)
MH/FH = FH/CB = OM/CF = IF/NE	5/8	0.625	(1/1.6)
NE/NM = EH/FB	16/25	0.64	
OS/NH = OS/OU	13/20	0.65	
NE/CF = EH/CB = NH/FB = IF/OM = OU/FB	2/3	0.666666 ⁽³⁾	(1/1.5)
OM/NO = YH/CE = CE/EH = FH/HB	3/4	0.75 ⁽²⁾	(1/1.33333)
CF/YH = NM/MH	7/9	0.777777	
NE/NO = NO/NM = CE/FH = EH/HB = HB/FB	4/5	0.8 ⁽²⁾	
NH/HB = HB/CB = NO/CF = OU/HB	5/6	0.833333	(1/1.2)
MY/IF = FH/NH = FH/OU	9/10	0.9	(1/1.11111)
OM/NE = FH/EH	15/16	0.9375	(1/1.06666)
YH/MH = EH/NH = CF/NM = CB/FB = EH/OU	24/25	0.96	
OV/OT = NH/OU	1/1	1 ⁽⁴⁾	

In neretto sono indicate le proporzioni o i rapporti validi solo per l'ovale in esame. Negli altri ovali, costruiti con lo stesso metodo, valgono tutte le altre proporzioni, ma con valori diversi da questi.

I valori indicati sono validi per qualsiasi scala.

⁽¹⁾ CE=1/2 CB per costruzione.

⁽²⁾ Proporzioni tra i lati del triangolo pitagorico 3-4-5.

⁽³⁾ EH=2/3 CB per costruzione.

⁽⁴⁾ OV=OT per costruzione.

Tabella 3. Proporzioni aritmetiche con valori reali espressi in piedi (cfr. fig. 9).

CF-EH = EH-FB	-2.7	(216/80, 27/10)
CF-FH = EH-CB	-2.4	(192/80, 12/ 5)
OM-CE = WZ-CB = NE-MU	-2.2875	(183/80)
NE-CE = NH-CB = OU-CB	-2.2	(176/80, 11/ 5)
FH-HB = HB-FB = OM-MH = NO-OS = CF-CE = NM-MU	-1.5	(120/80, 3/ 2)
CN-CE = CE-NH = MY-NM = CE-OU	-1.4	(112/80, 7/ 5)
IF-CN = NT-CB	-1.325	(106/80, 53/40)
MU-NH = IF-NM = MH-OV = CE-WZ = MY-CF = MU-OU	-1.3125	(105/80, 21/16)
IF-CF = MU-WZ	-1.225	(98/80, 49/40)
CE-EH = EH-HB = HB-CB	-1.2	(96/80, 6/ 5)
MY-NO = WZ-NT	-0.9625	(77/80)
YH-CE = CE-FH	-0.9	(72/80, 9/10)
OS-OV = OV-OU = NH-NT = MH-MU = OV-NH = OU-NT = IF-NO = OM-NM	-0.875 ⁽¹⁾	(70/80, 7/ 8)
MH-CE = NE-NM = OM-CF = OV-WZ	-0.7875	(63/80)
MY-NE = CN-MH	-0.6125	(49/80)
MY-OM = CE-OV = IF-NE	-0.525	(42/80, 21/40)
CN-YH = FH-NH = FH-OU	-0.5	(40/80, 1/ 2)
IF-OM = NO-NM = MU-OV = MH-OS = OS-MU = OM-NO	-0.4375	(35/80, 7/16)
OS-CE = NE-NO = NO-CF	-0.35	(28/80, 7/20)
FH-EH = CB-FB	-0.3	(24/80, 3/10)
YH-MH = EH-WZ	-0.1125	(9/80)
MY-IF = CE-MU = OM-NE = CF-NM = WZ-NH = WZ-OU	-0.0875	(7/80)

In neretto sono indicate le proporzioni valide solo per l'ovale in esame. Negli altri ovali, costruiti con lo stesso metodo ma con diversa proporzione tra base e altezza, valgono tutte le altre proporzioni aritmetiche, anche se con valori diversi da questi.

Inoltre, tutti i valori presentati in tabella valgono solo per la scala considerata (base di 7.2 piedi).

In questa tabella compaiono anche i segmenti MY e WZ (altezza massima dell'ovale sul punto M, somma di CF e MH).

⁽¹⁾ Le proporzioni in neretto, in questo caso, sono valide anche per tutti gli altri ovali, ma con valori diversi una dall'altra.

Tabella 4. Proporzioni armoniche continue con valori reali espressi in piedi (cfr. fig. 9).

$1/NH - 1/HB = 1/HB - 1/FB = 1/OU - 1/HB$	0.033333 (3/90, 1/30)
$1/CE - 1/FH = 1/FH - 1/HB$	0.055555 (5/90, 1/18)
$1/CE - 1/EH = 1/EH - 1/CB$	0.069444 (5/72)
$1/MH - 1/CE = 1/CE - 1/NH = 1/CE - 1/OU$	0.077777 (7/90)
$1/NE - 1/NM = 1/NM - 1/NH = 1/NM - 1/OU$	0.257143 (9/35)

In neretto sono indicate le proporzioni valide solo per l'ovale in esame. Negli altri ovali, costruiti con lo stesso metodo, valgono tutte le altre proporzioni armoniche, ma con valori diversi da questi.

Inoltre, tutti i valori presentati in tabella valgono solo per la scala considerata (base di 7.2 piedi).

Tabella 5. Altri rapporti notevoli relativi ai segmenti principali della coppia di ovali in esame (cfr. fig. 9).

IF/NM	2/ 5
IF/CF	5/12
NE/CN	7/11
CF/CE	7/12
NO/OS	7/13
CN/OV	8/15
OV/FH	11/12
OV/HB	11/16
CN/CE	11/18
OV/FB	11/20
OS/FH	13/18

Note

¹ Philippe de La Hire, *Traité de la coupe des pierres*, ms. 1596, Paris, Bibliothèque de l'Institut de France, f. 1.

² Nel sito Internet: <http://www.inav.unive.it/dpa/ricerche/trevisan/stereo.htm> è consultabile uno studio sulla stereotomia e la tecnica del *trait*. La stereotomia (dal greco στερεός, solido e τομή, taglio) è la scienza del taglio dei solidi; ed usa le proiezioni geometriche per la determinazione della forma e delle dimensioni dei conci di pietra che costituiscono archi, volte o cupole.

Non la semplice preparazione di conci in pietra, dunque, ma l'insieme di procedure geometriche codificate, coerenti e ripetibili, atte a progettare ed a rappresentare interi edifici costruiti in pietra. È Jacques Curabelle ad usare per la prima volta il termine *stereotomia*, nel suo libello del 1644 contro Desargues: *Examen des oeuvres du Sieur Désargues*.

³ La prima edizione del trattato di Philibert Delorme è stata pubblicata nel 1567 (Frédéric Morel, Paris), con il titolo di *Le Premier Tome de l'Architecture*.... Questa prima edizione comprendeva nove libri. A riprova del suo successo, è stata poi ristampata nel 1576-78, 1626, 1648, 1894, in edizioni che comprendevano anche, come libri X e XI, le *Nouvelles Inventions pour bien bastir et à petits fraiz*... (1^a ed. Frédéric Morel, Paris 1561). L'edizione del 1648 (David Ferrand, Rouen) è stata ristampata in riproduzione anastatica nel 1981 a Bruxelles, da Pierre Mardaga. L'edizione del 1567 è stata invece ristampata in anastatica nel 1988, assieme alle *Nouvelles Inventions*... e con presentazione e commento di Pérouse de Montclos, dall'editore Léonce Laget, Paris.

⁴ Delorme, nel suo trattato, usa il termine *traict* anziché *trait*: si adotterà quest'ultima forma, usata dai trattatisti successivi ed entrata nell'uso corrente.

⁵ La *trompe* è una piccola volta - di norma formata da conci di pietra - che sopporta una copertura o un muro a strapiombo. Come tutte le volte o gli archi, la *trompe* si sostiene - e regge le opere murarie soprastanti - scaricando il peso dell'intera struttura sulle imposte. Questa *voûte suspendue en l'air*, come la chiama lo stesso Delorme, era costruita per sorreggere scale o piccoli *cabinet*, come nel caso della *trompe* di Anet, senza la necessità di poggiarsi a terra; ma forse soprattutto per ottenere un elemento caratterizzante l'intero edificio.

⁶ Esiste anche un terzo metodo, *par demi-équarrissement*, che fonde i vantaggi pratici dei primi due. In questo caso il concio è tagliato usando sia alcune sue proiezioni frontali, sia alcuni cartoni di sviluppo, modani e angoli definiti tra due facce del concio stesso.

⁷ "Je n'use d'autres mesures sinon des proportions lesquelles j'ay tirées de l'Escriture sainte du vieil testament et (ce que je diray sans aucune jactance) les mets en usage le premier, ainsi que je feray apparoir de bref, Dieu aydant, par le discours de nostre seconde partie d'architecture, qui porte le titre et nom: Des divines Proportions". Delorme, *cit.*, f. 168r.

⁸ Robin Evans, *La trompe di Anet*, in "Eidos", 2 (1988), p. 50-57. Si veda la figura 7. Fissato il segmento di base BC e l'altezza CF (immagine a sinistra), si alzano, a partire da BF, dei segmenti perpendicolari a CB, di lunghezza pari alla loro distanza verticale da BF. Con questa costruzione, come si vede, si ottiene però una curva (quella superiore) che non coincide affatto con quella usata da Delorme come profilo di sezione. La curva realmente usata (grafico a destra), seguendo lo stesso procedimento al contrario, conduce però alla retta BF₁ (in realtà una spezzata molto vicina ad una retta). Se si usa l'inclinazione della retta BF indicata sul *trait*, la curva è dunque troppo alta; oppure, per ottenere una curva simile, l'inclinazione stessa deve essere ridotta di circa 3° (BF₁), abbassando di molto il piede verticale rispetto al disegno originale.

⁹ *Tirer un Arc rampant d'un Arc droit*. Jean Baptiste De La Ruë, *Traité de la coupe des pierres*, Imprimerie Royale, Paris 1728, p. 6, tav. I, fig. 9.

¹⁰ *Décrire l'Arc rampant de deux ouvertures de Compas*. Si veda la figura 8. "Sia AD l'altezza della rampa, BD la linea della rampa ed LK la perpendicolare al punto di mezzo di AB. Posto LK uguale a LB, portare, dal punto di mezzo E di BK, la retta EF perpendicolare a KB. Trovato il punto F su AB, tracciate FK e tracciate anche DI, parallela ad AB. In tal modo si troverà il punto I su FK. Dal punto I, e con raggio ID, tracciate l'arco DHK; dal punto F e con raggio FK tracciate l'arco KGB: questi due archi formeranno l'arco rampante DHKGB richiesto". De La Ruë, *cit.*, p. 6, tav. II, fig. 1.

¹¹ Nella figura 9 si può notare che la pianta della *trompe* è stata traslata da Delorme di 1/6 di piede: in tal modo le tangenti ai due archi nei punti di inizio non sono verticali, ma leggermente inclinate verso l'interno. Aver *tagliato* la parte bassa dell'ovale fa sì che l'attacco della volta della *trompe* non sia tangente ai due muri di sostegno. In tal modo non solo si rendono visibili gli spigoli di inizio della volta, ma soprattutto, variando così le altezze, si possono adattare le dimensioni della *trompe* ai vincoli preesistenti: la finestra da scavalcare sul lato rampante e le altezze dei solai.

¹² Pérouse de Montclos propone che la *trompe* di Anet sia conica sferica, poiché la rappresentazione di quella *trompe* nel trattato di Delorme mostra, sopra la finestra, un taglio curvo e non rettilineo (cfr. Jean-Marie Pérouse de Montclos, *L'architecture à la française, XVIe, XVIIe, XVIIIe siècles*, Picard, Paris 1982, p. 94; si veda anche la figura 1). Il *trait* considerato e illustrato da Delorme è però evidentemente quello di una *trompe* conica (si veda anche la figura 15). Inoltre, Frézier la tratta anch'egli come *trompe* conica, quando la *trompe* è ancora esistente (cfr. Amédée-François Frézier, *La théorie et la pratique de la coupe des pierres et des bois*..., 3 vol., Strasbourg-Paris 1737-39, Libro IV, p. 265).

¹³ Si è costruito un programma per computer, in grado di identificare tutti i possibili rapporti tra i segmenti principali dell'ovale, al variare del rapporto tra la base e l'altezza dell'ovale e considerando come valido un rapporto tra i primi 20 numeri naturali. Nella figura 10 sono riportati i risultati dell'analisi di oltre 40 mila ovali, con tale valore variabile tra 1.52 e 1.48: in essa si evidenzia nettamente l'ovale con rapporto tra base e altezza di 1.5 e rapporto tra i raggi pari a 1.7 periodico.

È anche da notare che gli altri due ovali, con rapporto tra i raggi 1.75 e 1.8, si discostano sensibilmente dai grafici presentati da Delorme nel suo trattato, al contrario dell'ovale considerato, perfettamente coincidente con quei grafici.

¹⁴ Le relazioni che legano i tre lati L_1 , L_2 , L_3 di un triangolo rettangolo perfetto sono: $L_1 = q^2 - p^2$; $L_2 = 2 p q$; $L_3 = q^2 + p^2$; dove p e q sono due numeri naturali, uno pari e l'altro dispari e con massimo divisore comune pari a 1. Ponendo $p=1$ e $q=2$ si ottiene il triangolo con lati di 3, 4, 5 unità; con $p=2$ e $q=3$ si costruisce il triangolo 5-12-13; mentre con $p=3$ e $q=4$ si trova il triangolo rettangolo 7-24-25.

¹⁵ Il triangolo rettangolo con lunghezze dei lati di 3, 4, 5 unità - noto anche come *triangolo sacro*, di Pitagora o di Plutarco - era usato, sin dall'epoca egizia, anche per tracciare facilmente angoli retti sul terreno, usando una corda con nodi posti a intervalli regolari. È anche l'unico triangolo rettangolo con i lati in proporzione aritmetica. Matila Ghyka riporta che tale triangolo, presso gli Achemenidi e i Sassanidi, costituiva la base per il tracciamento di cupole a sezione ovale, con rapporto tra gli assi 3/4 e rapporto tra i raggi 3/8 (cfr. Ghyka, *The geometry of art and life*, Sheed and Ward, New York 1946 [ristampa: Dover, New York 1977], p. 22).

¹⁶ Si potrebbe dedurre, dal taglio del terzo concio allineato con la verticale dal centro della base sull'ovale superiore e non su quello inferiore, che Delorme abbia costruito prima l'ovale esterno e poi quello interno. Una verifica, però, elimina immediatamente questa possibilità: anzitutto i due ovali non sarebbero più sovrapponibili ai grafici del trattato, ma si perderebbero anche le relazioni proporzionali; senza contare che è l'intradosso la parte visibile della volta.

Dunque, prima è stato costruito l'ovale interno, poi quello esterno - usando gli stessi centri - ed infine, probabilmente per mantenere costanti i conci, la verticale dal punto di mezzo è stata condotta sino all'ovale esterno ad identificare l'inizio del taglio. In tal modo il taglio non coincide con il punto d'unione tra i due archi di cerchio: la piccola distanza, però, non pregiudica la statica della volta.

¹⁷ Le due versioni del *trait* della *trompe* di Anet presentate da Delorme sono assolutamente concordanti tra loro per quanto concerne l'altezza della rampa, la pianta della *trompe*, l'ovale interno. Sono invece leggermente discordanti nei giunti tra quinto e sesto e tra sesto e settimo concio (nel *trait* del foglio 93 il quinto concio è più grande, mentre il sesto e settimo concio sono più piccoli); nella posizione del vertice A (di poco abbassato e spostato a destra nel *trait* del foglio 93, dove l'angolo al vertice è solo di poco superiore ai 90 gradi: 90.6°, mentre nel *trait* del foglio 96v. l'angolo è pari a 91.6°) e, sull'ovale esterno, nella posizione del punto di suddivisione tra terzo e quarto concio (l'ovale esterno del *trait* del foglio 93 è, in quel solo punto, rialzato rispetto all'altro di circa 1/15 dello spessore del concio). La sostanziale concordanza dei due grafici, in special modo dei due ovali, costituisce una prova ulteriore della loro intrinseca precisione, necessariamente dovuta all'applicazione di un metodo.

¹⁸ Anthony Blunt, *Philibert De L'Orme*, London 1958, p. 30. L'acquerello (Paris, Bibliothèque Nationale, Est Va 28), come nota Blunt, non ha iscrizioni; ma un altro disegno, della stessa mano e firmato Barbier, è datato 1698.

¹⁹ Il disegno presenta alcune incertezze interpretative poiché mostra una mensola che sostiene il lato orizzontale della volta: non è dunque chiara né l'esatta lunghezza del lato né l'altezza della volta, che potrebbe comprendere oppure no la mensola stessa. L'unità di misura della scala grafica, presente al centro del disegno, è la tesa:

1 tesa = 1.949 metri = 6 piedi; 1 piede = 0.325 metri = 12 pollici; 1 pollice = 0.02707 metri.

²⁰ "*Desquelles [i muri marcati G e H, della figura 2] si ie me fusse bien aseuré, & que ie les eusse fait faire, au lieu que la voûte de la trompe a de saillie, par le milieu de A à D, dix ou douze pieds, ie luy en eusse baillé vingt, ou vingt & quatre, & par le devant ie l'eusse faite en forme ovale...*". Delorme, *cit.*, f. 90v.

²¹ Le misure sono indicate per eccesso. È anche da considerare, infatti, la possibile variazione dell'angolo al vertice della *trompe*, compreso tra 90° (valore ideale) e 91.6° (valore ricavato dal *trait* del foglio 96v.). Con l'aumentare dell'angolo aumenta anche l'altezza della volta.

²² Si è messo a punto un altro programma per computer (con passo di variazione di 1E-7 e limiti per la base CB compresi tra 5.7 e 8.3 piedi), in grado di verificare, per ciascuna scala, il numero di segmenti esattamente scomponibili in parti frazionarie; usando per le frazioni i primi 20 numeri naturali (figura 14). Solo il valore di 7.2 piedi permette di ottenere che tutti i segmenti indicati nella tabella 1 siano scomponibili in frazioni. Lo stesso si può ottenere per una lunghezza della base pari a 9.6 piedi: valore, però, troppo lontano dal limite massimo previsto e che produce un'altezza della volta di oltre 13.3 piedi.

²³ La lunghezza del concio massimo è pari a 12.4 piedi, leggermente superiore ai 10/12 piedi citati da Delorme. È però da notare che quasi certamente la *trompe* prevedeva anche un *trompillon* impostato sul vertice, riducendo pertanto la lunghezza dei conci.

²⁴ Delorme, *cit.*, f. 132r. e f. 133r. Si vedano anche le note a pagina 39 dell'edizione anastatica curata da Pérouse de Montclos, *cit.*

²⁵ Lo stesso Delorme (f. 106v.) si lamenta della modesta qualità dei disegni del suo trattato, addossandone la colpa agli incisori, usi - a suo dire - persino a far bollire in acqua i fogli contenenti i suoi disegni prima di incollarli sulle tavolette di legno.

Le variazioni, in ogni modo, sono comprese tra +/- 2% e includono gli errori di costruzione, il ritiro della carta prima dell'incisione e la deformazione delle pagine dei volumi stampati.